FORMULÁRIO

Regime de Juros Simples

$$S = C + J \qquad J = C \cdot i \cdot n \qquad S_n = C(1 + i \cdot n) \qquad C = \frac{S_n}{1 + i \cdot n}$$

Regime de Juros Compostos

$$S = C + J \qquad J_n = C\left[(1+i)^n - 1\right] \qquad S_n = C(1+i)^n \qquad C = \frac{S_n}{(1+i)^n}$$

1.8 — Exercícios Propostos[1]

1) Qual o montante de uma aplicação de R$ 100.000,00 aplicados por um prazo de 10 meses, à uma taxa de 2% a.m, nos regimes de juros:

a) Simples?

b) Compostos?

<u>Solução</u>

a) Simples

$$S_n = C \times (1 + i \times n) \Rightarrow S_{10} = 100000 \times (1 + 0,02 \times 10) = R\$ 120.000,00$$

b) Compostos

$$S_n = C(1+i)^n \Rightarrow S_{10} = 100000 \times (1 + 0,02)^{10} = R\$ 121.899,44$$

2) Qual o capital inicial que deve ser aplicado à uma taxa de 2% a.m., para ao final de 1 ano e meio gerar R$ 100.000,00, nos regimes de juros:

a) Simples?

b) Compostos?

<u>Solução</u>

a) Simples

$$C = \frac{S_n}{1 + i \times n} \Rightarrow C = \frac{100000}{1 + 0,02 \times 18} = R\$ \ 73.529,41$$

b) Compostos

$$C = \frac{S_n}{(1+i)^n} = \frac{100000}{(1+0,02)^{18}} = R\$ \ 70.015,94$$

3) Qual o prazo de uma aplicação à taxa de 4% a.m. que dobra seu capital inicial, nos regimes de juros:

a) Simples?

b) Compostos?

[1] Neste capítulo, como estamos considerando o regime de capitalização descontínua, o prazo ***n*** deve ser um numero inteiro positivo.

Solução

a) Simples

$$n=\frac{\left(\frac{S_n}{C}-1\right)}{i}\Rightarrow n=\frac{\left(\frac{2C}{C}-1\right)}{i}=\frac{1}{0,04}=25\ meses$$

b) Compostos

$$S_n=C\left(1+i\right)^n\Rightarrow 2C=C\left(1+0,04\right)^n\Rightarrow 2=1,04^n$$

$$\mathrm{LN}\left(1,04^n\right)=\mathrm{LN}\left(2\right)\Rightarrow n\cdot\mathrm{LN}\left(1,04\right)=\mathrm{LN}\left(2\right)$$

$$n=\frac{\mathrm{LN}\left(2\right)}{\mathrm{LN}\left(1,04\right)}=17,67 meses$$

Como estamos considerando o regime de capitalização descontínua, o prazo ***n*** deve ser de 18 meses.

4) Qual a taxa de juros anual, a que devemos aplicar um capital inicial para que ele dobre o seu valor num prazo de 5 anos, nos regimes de juros:

a) Simples?

b) Compostos?

Solução

a) Simples

$$i=\frac{\left(\frac{S_n}{C}-1\right)}{n}\Rightarrow\frac{\left(\frac{2C}{C}-1\right)}{5}=\frac{1}{5}=0,2=20\%a.a.$$

b) Compostos

$$S_n=C\left(1+i\right)^n\Rightarrow 2C=C\left(1+i\right)^5\Rightarrow 2=\left(1+i\right)^5$$

$$\left(1+i\right)=2^{\frac{1}{5}}\Rightarrow i=0,1487\ ou\ 14,87\%a.a.$$

5) Qual o total de juros acumulado, de uma aplicação de R$ 10.000,00, à taxa de juros de 10% a.a., por um período de 5 anos, nos regimes de juros:

a) Simples?

b) Compostos?

Solução

a) Simples

$$J=C\times i\times n=10000\times 0,10\times 5=R\$\,5.000,00$$

b) Compostos

$$J_n=C\left[\left(1+i\right)^n-1\right]=10000\left[\left(1+0,1\right)^5-1\right]=R\$\,6.105,10$$

6) Pedro emprestou R$ 1.000,00 a João, pelo prazo de 1 ano, nas seguintes condições:

- Nos primeiros 6 meses será cobrado juros simples à taxa de 4% a.m.
- No restante do período será cobrado juros compostos à taxa de 2% a.m.

a) Quanto deverá João pagar a Pedro ao fim de 1 ano?

b) Qual a taxa mensal de juros simples, constante durante todo o período de 1 ano, que produziria o mesmo montante?

c) Qual a taxa mensal de juros compostos, constante durante todo o período de 1 ano, que produziria o mesmo montante?

<u>Solução</u>

a) Quanto deverá João pagar a Pedro ao fim de 1 ano?

Nos primeiros 6 meses o montante será dado por:

$$S_n = C(1+i\cdot n) \Rightarrow S_6 = 1000(1+0,04\times 6) = 1240$$

No restante do período, à taxa de juros de 2% a.m., teremos o montante de:

$$S_n = C\left(1+i\right)^n \Rightarrow S_{12} = S_6\left(1+0,02\right)^6 = 1240\left(1+0,02\right)^6 = R\$1.396,44$$

b) Qual a taxa mensal de juros simples, constante durante todo o período de 1 ano, que produziria o mesmo montante?

$$i = \frac{\left(\frac{S_n}{C}-1\right)}{n} \Rightarrow \frac{\left(\frac{1396,44}{1000}-1\right)}{12} = \frac{0,39644}{12} = 0,0330 = 3,30\% a.m.$$

c) Qual a taxa mensal de juros compostos, constante durante todo o período de 1 ano, que produziria o mesmo montante?

$$S_n = C\left(1+i\right)^n \Rightarrow 1396,44 = 1000\left(1+i\right)^{12} \Rightarrow 1,39644 = \left(1+i\right)^{12}$$

$$\left(1+i\right) = 1,39644^{\frac{1}{12}} \Rightarrow i = 0,0282 \; ou \; 2,82\% a.m.$$

7) Araújo quer comprar uma maquina de lavar que custa à vista R$ 950,00. A loja oferece duas opções de pagamento:

- A primeira consiste de uma parcela ao final de 10 meses, à uma taxa de juros, em regime de juros simples, de 4%a.m.
- A segunda consiste de uma parcela ao final de 10 meses, à uma taxa de juros, em regime de juros compostos, de 3%a.m.

Qual deve ser a opção escolhida por Araújo?

<u>Solução</u>

Na primeira opção o valor a ser pago ao final de 10 meses é de:

$$S_n = C\times(1+i\cdot n) \Rightarrow S_{10} = 950\times(1+0,04\times 10) = R\$1.330,00$$

Na segunda opção o valor a ser pago ao final de 10 meses é de:

$$S_n = C\left(1+i\right)^n \Rightarrow S_{10} = 950 \times (1+0,035)^{10} = R\$1.340,07$$

Logo, a primeira opção deve ser escolhida, já que o valor a ser pago, no final do décimo mês, é menor que o da segunda opção.

8) Dois capitais, um de R$ 2.000,00 e outro de R$ 1.500,00, foram aplicados, em regime de juros simples; o primeiro à uma taxa de 1% ao mês e o segundo à uma taxa de 2% ao mês. Em quantos meses os montantes respectivamente produzidos por essas duas aplicações são iguais?

<u>Solução</u>

Na primeira opção o valor do montante será:

$$S_n = C \times (1+i \cdot n) \Rightarrow S_n = 2000 \times (1+0,1n)$$

Na segunda opção o valor do montante será:

$$S_n = C \times (1+i \cdot n) \Rightarrow S_n = 1500 \times (1+0,2n)$$

Como os montantes devem ser idênticos, temos:

$$1500 \times (1+0,2n) = 2000 \times (1+0,1n)$$

$$1500 + 300n = 2000 + 200n$$

$$100n = 500 \Rightarrow n = 50\ meses$$

9) Dois capitais, um de R$ 2.000,00 e outro de R$ 3.000,00, foram aplicados, em regime de juros compostos; o primeiro à uma taxa de 2% ao mês e o segundo à uma taxa de 1% ao mês. Em quantos meses o montante da primeira aplicação supera o da segunda aplicação?

<u>Solução</u>

Na primeira opção o valor do montante será:

$$S_n = C\left(1+i\right)^n \Rightarrow S_{10} = 2000 \times (1+0,2)^n$$

Na segunda opção o valor do montante será:

$$S_n = C\left(1+i\right)^n \Rightarrow S_n = 3000 \times (1+0,1)^n$$

Para que os montantes sejam idênticos, temos:

$$2000 \times (1+0,02)^n = 3000 \times (1+0,01)^n$$

$$\frac{1,02^n}{1,01^n} = \frac{3000}{2000} \Rightarrow \left(\frac{1,02}{1,01}\right)^n = 1,5 \Rightarrow 1,0099^n = 1,5$$

$$\mathrm{LN}(1,0099^n) = \mathrm{LN}(1,5)$$

$$n = \frac{\mathrm{LN}(1,5)}{\mathrm{LN}(1,0099)} = \frac{0,405465}{0,009851} = 41,158 meses$$

Logo, serão necessários 42 meses para que o montante da primeira aplicação supere o da segunda.

Vale lembrar que os juros são adicionados ao final do período; portanto, com 41 meses o montante da primeira ainda não tinha superado o da segunda aplicação.

10) Antonio fez duas aplicações de igual valor, em dois bancos distintos, pelo período de 1 ano. A primeira aplicação foi feita à taxa de juros de 5%a.m, em regime de juros simples e a segunda foi feita à uma taxa de juros de 2%a.m, em regime de juros compostos. Em que percentagem o somatório dos montantes é superior ao dos capitais investidos?

Solução

Na primeira aplicação o valor do montante, em função do capital inicial, $\boldsymbol{C}$, será:

$$S_n = C(1+i\cdot n) \Rightarrow S_{12} = C(1+12\times 0,05) = 1,6C$$

Na segunda aplicação o valor do montante, em função do capital inicial, $\boldsymbol{C}$, será:

$$S_n = C\left(1+i\right)^n \Rightarrow S_{12} = C\left(1+0,02\right)^{12} = 1,268242C$$

Logo, o percentual de aumento é dado por:

$$P = \frac{1,6C+1,268242C}{2C} - 1 = 0,434121\, ou\; 43,4121\% .$$